

Прямая и обратная пропорциональные зависимости

Когда величины прямо пропорциональны, а когда — обратно: признаки, примеры и способ решения задач с объяснением.

1 Два вида зависимости

Когда две величины связаны между собой, они меняются вместе. Иногда обе растут, иногда одна растёт — другая уменьшается. В зависимости от этого зависимость называют прямой или обратной.

2 Прямая пропорциональность

Прямая пропорциональная зависимость
Если одна величина увеличивается в несколько раз, то другая увеличивается во столько же раз — это прямая зависимость. Их отношение постоянно: $\frac{y}{x} = k$ (одно и то же число).

Признак прямой зависимости
Величины прямо пропорциональны, если $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$. Пример: 3 тетради стоят 60 руб, 6 тетрадей — 120 руб. $\frac{60}{3} = \frac{120}{6} = 20$ — отношение постоянно.

Пример: прямая зависимость
3 тетради стоят 60 рублей. Сколько стоят 6 тетрадей?

1 Стоимость растёт пропорционально количеству — зависимость прямая.

2 Составляем пропорцию: $\frac{60}{3} = \frac{x}{6}$.

3 $x = \frac{60 \cdot 6}{3} = \frac{360}{3} = 120$ рублей.

ОТВЕТ 120 рублей

3 Обратная пропорциональность

Обратная пропорциональная зависимость
Если одна величина увеличивается в несколько раз, то другая уменьшается во столько же раз — это обратная зависимость. Их произведение постоянно: $x \cdot y = k$ (одно и то же число).

Признак обратной зависимости
Величины обратно пропорциональны, если $x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2$. Пример: 2 рабочих сделают работу за 6 часов, 4 рабочих — за 3 часа. $2 \cdot 6 = 4 \cdot 3 = 12$ — произведение постоянно.

Пример: обратная зависимость
2 рабочих выполняют задание за 6 часов. За сколько часов выполнят то же задание 4 рабочих?

1 Чем больше рабочих, тем меньше времени — зависимость обратная.

2 Произведение постоянно: $2 \cdot 6 = 4 \cdot x$.

3 $4x = 12 \Rightarrow x = 3$ часа.

ОТВЕТ 3 часа

4 Сравнение

Прямая и обратная зависимость — в чём разница

	Прямая	Обратная
Как меняются	Обе растут или обе уменьшаются	Одна растёт — другая уменьшается
Постоянная величина	Отношение $y/x = \text{const}$	Произведение $x \cdot y = \text{const}$
Пример	Цена товара и количество	Скорость и время в пути

Частая ошибка
Не путай вид зависимости. Спроси себя: «Если одного стало больше — другого стало больше или меньше?» Больше → прямая. Меньше → обратная.

Упражнения с ответами

1 Вид зависимости

Чем больше скорость автомобиля, тем меньше времени уходит на дорогу. Какая это зависимость?

☐ Прямая пропорциональная

☒ Обратная пропорциональная

☒ Скорость и время — обратная зависимость: произведение скорость × время = расстояние (постоянно).

3 Задача: прямая зависимость

3 тетради стоят 60 рублей. Сколько рублей стоят 5 таких же тетрадей?

Ответ: 100

☒ $x = \frac{60 \cdot 5}{3} = \frac{300}{3} = 100$ рублей.

5 Что постоянно при прямой зависимости?

При прямой пропорциональной зависимости постоянным остаётся ... двух величин.

Ответ: отношение

☒ При прямой пропорциональности $\frac{y}{x} = \text{const}$ — постоянно их отношение.

7 Составить уравнение

Чтобы решить задачу на обратную пропорциональность « $x_1 = 6$, $y_1 = 4$, найти y_2 при $x_2 = 8$ », какое равенство составим?

☒ $\frac{6}{4} = \frac{8}{y_2}$

☒ $6 \cdot 4 = 8 \cdot y_2$

☒ $\frac{6}{4} = \frac{y_2}{8}$

☒ Обратная зависимость: $x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2$, то есть $6 \cdot 4 = 8 \cdot y_2$. Значит $y_2 = 24 : 8 = 3$.

2 Прямая или обратная?

Чем больше купили тетрадей по одной цене, тем больше заплатили. Какая это зависимость?

☒ Прямая пропорциональная

☒ Обратная пропорциональная

☒ Количество товара и суммарная стоимость — прямая зависимость: отношение стоимость / количество = цена (постоянно).

4 Задача: обратная зависимость

Автомобиль едет со скоростью 60 км/ч и прибывает через 4 часа. За сколько часов он доедет, если скорость будет 80 км/ч?

Ответ: 3

☒ $80 \cdot x = 60 \cdot 4 = 240 \Rightarrow x = 240 : 80 = 3$ часа.

6 Обратная: другое число

5 кранов наполняют бассейн за 12 часов. За сколько часов наполнят тот же бассейн 3 крана?

Ответ: 20

☒ $3 \cdot x = 5 \cdot 12 = 60 \Rightarrow x = 60 : 3 = 20$ часов.

8 Рабочие и время

6 человек покрасят забор за 8 дней. За сколько дней покрасят тот же забор 4 человека?

Ответ: 12

☒ Обратная зависимость: $6 \cdot 8 = 4 \cdot x \Rightarrow 48 = 4x \Rightarrow x = 12$ дней.