

Наименьшее общее кратное (НОК)

Что такое НОК, как его находить через разложение на простые множители и зачем он нужен — с примерами и задачей на совпадение событий.

1 Что такое НОК

НОК двух чисел — это наименьшее число, которое делится на оба числа нацело. Его используют при сложении дробей с разными знаменателями и в задачах на совпадение событий.

и

Наименьшее общее кратное

$\text{НОК}(a, b)$ — наименьшее натуральное число, которое кратно и a , и b .
Например, кратные 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, ... Кратные 6: 6, 12, 18, 24, ...
Общие: 12, 24, ... Наименьшее из них — $\text{НОК}(4, 6) = 12$.

2 Как найти НОК через разложение

✓

Метод разложения на простые множители

1. Разложить каждое число на простые множители. 2. Взять все простые множители, которые встретились, в наибольшей степени. 3. Перемножить их — получится НОК.

Разбор: НОК(12, 18)
Найдите НОК чисел 12 и 18.

1

Раскладываем: $12 = 2^2 \cdot 3$, $18 = 2 \cdot 3^2$.

2

Берём каждый множитель в наибольшей степени: 2^2 и 3^2 .

3

Перемножаем: $2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$.

ответ НОК(12, 18) = 36

Примеры НОК

3 Полезная связь: НОД × НОК = произведение чисел

★

НОД и НОК связаны

Для любых двух натуральных чисел a и b : $\text{НОД}(a, b) \cdot \text{НОК}(a, b) = a \cdot b$.
Например, для 12 и 18: $\text{НОД} = 6$, $\text{НОК} = 36$, и $6 \cdot 36 = 216 = 12 \cdot 18$. Эта связь удобна, когда НОД уже найден: $\text{НОК} = \frac{a \cdot b}{\text{НОД}(a, b)}$.

4 Задача на совпадение

Жизненный пример: когда события совпадут снова?
Автобус маршрута А отправляется каждые 12 минут, маршрута Б — каждые 18 минут. В 9:00 они отправились вместе. Через сколько минут они снова отправятся одновременно?

1

Нужно найти НОК(12, 18).

2

 $\text{НОК}(12, 18) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$.

3

Значит, через 36 минут — в 9:36 — автобусы снова отправятся вместе.

ответ через 36 минут

✓ Упражнения с ответами

1 Что такое НОК

Как называется наименьшее число, которое делится на два данных числа нацело?
Ответ: НОК

✓

НОК — наименьшее общее кратное. Наименьшее число, которое делится на оба числа нацело.

2 НОК маленьких чисел

Найдите НОК(4, 6). Кратные 4: 4, 8, 12, 16, ... Кратные 6: 6, 12, 18, ...
Ответ: 12

✓

Общие кратные 4 и 6: 12, 24, 36, ... Наименьшее — 12. $\text{НОК}(4, 6) = 12$.

3 Разложение на множители

Найдите НОК(12, 18) через разложение на множители.
Ответ: 36

✓

 $12 = 2^2 \cdot 3$, $18 = 2 \cdot 3^2$. $\text{НОК} = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$.

4 Взаимно простые числа

Чему равно НОК(5, 7)?

X

5

X

7

✓

35

✓

Если два числа взаимно простые ($\text{НОД} = 1$), то НОК равно их произведению: $5 \cdot 7 = 35$.

5 НОК через разложение

Найдите НОК(8, 12).
Ответ: 24

✓

 $8 = 2^3$, $12 = 2^2 \cdot 3$. $\text{НОК} = 2^3 \cdot 3 = 8 \cdot 3 = 24$.

6 НОК через НОД

$\text{НОД}(6, 9) = 3$. Найдите НОК(6, 9), используя формулу $\text{НОД} \times \text{НОК} = a \cdot b$.
Ответ: 18

✓

 $\text{НОК}(6, 9) = \frac{6 \cdot 9}{\text{НОД}(6, 9)} = \frac{54}{3} = 18$.

7 Задача на совпадение

Петя делает зарядку каждые 3 дня, а Вася — каждые 4 дня. Сегодня они оба сделали зарядку. Через сколько дней они снова совпадут?
Ответ: 12

✓

3 и 4 взаимно простые, поэтому $\text{НОК}(3, 4) = 3 \cdot 4 = 12$. Через 12 дней.

8 Транспортная задача

Автобус отправляется каждые 12 минут, трамвай — каждые 20 минут. В 8:00 они отправились вместе. В какое время они снова отправятся одновременно?

X

8:30

✓

9:00

X

9:20

✓

 $12 = 2^2 \cdot 3$, $20 = 2^2 \cdot 5$. $\text{НОК} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ минут. 8:00 + 60 мин = 9:00.