

Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа

Как найти наибольший общий делитель двух чисел через разложение на множители и что такое взаимно простые числа.

1

Что такое НОД

Иногда нужно найти самое большое число, на которое делятся сразу два числа. Это и есть наибольший общий делитель, сокращённо — НОД.

i

ОПРЕДЕЛЕНИЕ
Наибольший общий делитель (НОД)
НОД двух чисел — наибольшее число, на которое делятся оба числа без остатка. Обозначают: НОД(*a*, *b*). Например:
НОД(12, 18) = 6.

2

Как найти НОД через разложение

✓

ПРАВИЛО
Способ: разложи и перемножь общие
1. Разложи оба числа на простые множители. 2. Выпиши множители, которые есть у **ОБОИХ** чисел (с наименьшими показателями степеней). 3. Перемножь их — это и есть НОД.

Пример: найдём НОД(12, 18)

Число	Разложение	Общие множители
12	2 ² · 3	2 ¹ · 3 ¹
18	2 · 3 ²	(берём меньшую степень)
НОД	2 · 3 = 6	✓

3

Разбор примера

РАЗБОР ПРИМЕРА
Найдём НОД(24, 36)
Даны числа 24 и 36. Найдём их наибольший общий делитель.

1

КЛЮЧЕВОЙ ШАГ
Разложим оба числа: 24 = 2³ · 3, 36 = 2² · 3².

2

Общий множитель 2: берём меньшую степень 2² = 4.

3

Общий множитель 3: берём меньшую степень 3¹ = 3.

4

КЛЮЧЕВОЙ ШАГ
НОД(24, 36) = 2² · 3 = 4 · 3 = 12.

ОТВЕТ

НОД(24, 36) = 12

4

Взаимно простые числа

i

ОПРЕДЕЛЕНИЕ
Взаимно простые числа
Два числа называют взаимно простыми, если их наибольший общий делитель равен 1. Например: НОД(8, 15) = 1, значит 8 и 15 — взаимно простые.

★

ЗАПОМНИ
Полезное свойство
У взаимно простых чисел нет общих простых множителей. Это удобно: при сокращении дробей числитель и знаменатель, взаимно простые, — уже в несократимом виде.

✗

ЧАСТАЯ ОШИБКА
Частая ошибка
Общие множители берут с **НАИМЕНЬШИМИ** степенями, а не с наибольшими. В примере выше 2 входит в 24 три раза, а в 36 — два раза: берём 2², а не 2³!

✓

Упражнения с ответами

1

Знаю термин

Как расшифровывается сокращение НОД?

Ответ: наибольший общий делитель

✓

ПРАВИЛО
НОД — наибольший общий делитель.

3

НОД(12, 18)

Чему равен НОД(12, 18)?

✗

3

✓

6

✗

12

✓

ПРАВИЛО
НОД(12, 18) = 2 · 3 = 6.

5

НОД(20, 30)

Найди НОД(20, 30).

Ответ: 10

✓

ПРАВИЛО
Общие множители: 2¹ · 5 = 10. НОД(20, 30) = 10.

7

НОД(36, 48)

Найди НОД(36, 48).

Ответ: 12

✓

ПРАВИЛО
36 = 2² · 3², 48 = 2⁴ · 3¹. Общие: 2² · 3¹ = 4 · 3 = 12.

2

НОД(6, 9)

Найди НОД(6, 9).

Ответ: 3

✓

ПРАВИЛО
6 = 2 · 3, 9 = 3². Общий множитель: 3¹ = 3. НОД = 3.

4

Взаимно простые

Какая пара чисел является взаимно простой?

✗

4 и 6

✗

9 и 15

✓

8 и 15

✓

ПРАВИЛО
8 = 2³, 15 = 3 · 5 — нет общих множителей, НОД = 1. У пар 4 и 6 (общий 2) и 9 и 15 (общий 3) НОД > 1.

6

НОД взаимно простых

Если два числа взаимно простые, чему равен их НОД?

Ответ: 1

✓

ПРАВИЛО
НОД взаимно простых чисел всегда равен 1.

8

НОД(14, 21)

Разложи числа 14 и 21 и найди их НОД.

✗

3

✓

7

✗

14

✓

ПРАВИЛО
14 = 2 · 7, 21 = 3 · 7. Единственный общий множитель — 7. НОД(14, 21) = 7.